

ШИФР _____

10-42

Олимпиадная работа
муниципального этапа всероссийской олимпиады школьников

по математике

учащейся 10 «А» класса

муниципального автономного общеобразовательного учреждения «Средняя
общеобразовательная школа №27 с УИОП"

Шевченко Ксении Сергеевны
(ФИО полностью)

Педагог-наставник:

учитель МАОУ «СОШ №27 с УИОП»

Хрипкова Светлана Алексеевна

№ 10.1. Данную последовательность можно разбить на числа $1^{\text{я}} 2^{\text{я}} \dots$, где n - порядковый номер данного числа в последовательности. За одинаковым количеством единиц следует одинаковое количество двоек. Значит, двоек и единиц в последовательности поровну.

$10100:2 = 5050$ (итд.) единиц и двоек будет записано на позициях с 1 по 10100. 10100-ым элементом будет единица. Значит, всего единиц на позициях с 1 по 10101 включительно будет $5050 + 1 = 5051$ единица.

Ответ: 5051 65

№ 10.2. Пусть Алексей за первые полчаса проехал x км со скоростью $\frac{x}{0,5} \frac{\text{км}}{\text{ч}} = 2x \frac{\text{км}}{\text{ч}}$. Тогда Василий проехал за первые полчаса $(x+6)$ км со скоростью $\frac{x+6}{0,5} \frac{\text{км}}{\text{ч}}$. Василий получил дополнительное время $\frac{x+6}{60}$ часов. Так как скорость не изменилась, то за дополнительное время Василий проехал $\frac{x+6}{0,5} \cdot \frac{x+6}{60} \text{ ч.} = \frac{(x+6)^2}{30} \text{ км}$. Алексей получил дополнительное время $\frac{x}{60}$ часов и за это время проехал $2x \cdot \frac{x}{60} \text{ ч} = \frac{2x^2}{60} \text{ км}$. Сравним расстояния, пройденные велосипедистами по окончании заездов:

$$\text{Василий проехал } x+6 \text{ км} + \frac{(x+6)^2}{30} \text{ км} = \frac{30(x+6) + (x+6)^2}{30} \text{ км} = \frac{(x+6)(36+x)}{30} \text{ км.}$$

$$\text{Алексей проехал } x + \frac{2x^2}{60} \text{ км} = \frac{30x + x^2}{30} \text{ км.}$$

Так Василий проехал на 11 км больше, чем Алексей, составим уравнение:

$$\frac{(x+6)(36+x)}{30} = \frac{30x + x^2}{30} + 11 \quad | \cdot 30$$

$$\cancel{x^2} + 42x + 216 + \cancel{x^2} - 30x - \cancel{x^2} - 330 = 0 \quad | \cdot 30$$

$$12x - 114 = 0$$

$$12x = 114$$

$$x = 9,5$$

10-42

Значит, Алексей за первые полчаса проехал 9,5 км. Скорость Алексея — $2x \frac{\text{км}}{\text{ч}} = 2 \cdot 9,5 \frac{\text{км}}{\text{ч}} = 19 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$. Скорость Василия — $\frac{x+6}{0,5} \frac{\text{км}}{\text{ч}} = \frac{9,5+6}{0,5} \frac{\text{км}}{\text{ч}} = \frac{15,5}{0,5} \frac{\text{км}}{\text{ч}} = 31 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$

Ответ: 19 км/ч; 31 км/ч.

70

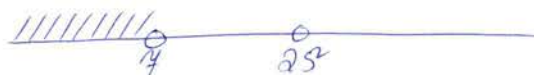
№ 10.3. Уравнение $(x^2 + 10x + 9)(x^2 + 10x + 9 + 18) = 0$ может иметь 4 корня лишь в том случае, если каждый из множителей имеет по 2 корня. Значит, дискриминанты обоих квадратных уравнений множителей должны быть положительными.

$$1. x^2 + 10x + 9 = 0 \quad D = b^2 - 4ac = 100 - 4 \cdot 9 > 0$$

$$2. x^2 + 10x + 9 + 18 = 0 \quad D = 100 - 4(9 + 18) = 100 - 4 \cdot 27 = 100 - 108 = -8 < 0$$

Составим систему неравенств:

$$\begin{cases} 100 - 4q > 0 \\ 28 - 4q > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4q < 100 \\ 4q < 28 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} q < 25 \\ q < 7 \end{cases}$$



И.к. из 4 корней можно составить арифметическую прогрессию, то они должны отличаться на n . Значит,

$$x_{12} = \frac{-10 \pm \sqrt{100 - 4q}}{2} \quad x_{34} = \frac{-10 \pm \sqrt{28 - 4q}}{2}$$

Наименьшим корнем, а значит первым членом арифметической прогрессии будет $x = \frac{-10 - \sqrt{100 - 4q}}{2}$ (при $q \geq 0$)

$$x_1 = \frac{-10 - \sqrt{100 - 4q}}{2} = \frac{-10 - \sqrt{4(25 - q)}}{2} = \frac{-10 - 2\sqrt{25 - q}}{2} =$$

$$\frac{2(-5 - \sqrt{25 - q})}{2} = -5 - \sqrt{25 - q}. \text{ И.к. } q < 7 \text{ и } q \geq 0, \text{ то}$$

$$x_{1\min} = -5 - \sqrt{25} = -5 - 5 = -10$$

$$x_{1\max} =$$

(исключено)

№	Фамилия	Подпись	РШ
1	6	<i>[Signature]</i>	Корешкова Н.А. Серовская Н.В.
2	7	<i>[Signature]</i>	Бедовх Н.В. Лодарева Н.В.
3	1	<i>[Signature]</i>	Юава Н.У. Мокахова Л.А.
4	0	<i>[Signature]</i>	Путинцева Т.У. Кручкова С.А.
5	0	<i>[Signature]</i>	Путинцева Т.У. Кручкова С.А.
итог	14		